

Regra da cadeia

- Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, e as derivadas $\frac{dy}{du}$ e $\frac{du}{dx}$ existem, ambas, então a função composta definida por $y = f(g(x))$ tem derivada dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = f'(u)g'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

Exemplo 1

- Determinar $\frac{dy}{dx}$ se:

$$a) y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$b) y = (5x^3 - x^4)^7$$

$$c) y = \frac{1}{3x - 2}$$

$$d) y = \operatorname{tg}^3 4x$$

$$e) y = \operatorname{tg}(5 - \operatorname{sen} 2t)$$

Exemplo 2

- A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $s = \sqrt{1 + 4t}$, com s em metros e t em segundos. Determine a velocidade e a aceleração da partícula em $t = 6$ segundos.

Diferenciação Implícita

- Costumamos dizer que, na equação $y = 2x^2 - 3$, por exemplo, y é uma **função explícita** de x , pois podemos escrever $y = f(x)$ com $f(x) = 2x^2 - 3$. A equação $4x^2 - 2y = 6$, define a mesma função f , neste caso, f é uma ***função implícita*** de x .

Exemplo 3

- Supondo que a equação $y^4 + 3y - 4x^3 = 5x + 1$ defina, implicitamente, uma função diferenciável f tal que $y = f(x)$, determine sua derivada.

Organizando as ideias

Para derivar implicitamente:

- Derive os dois lados da equação em relação a x , considerando y como uma função derivável de x .
- Agrupe os termos que contém dy/dx em um lado da equação e determine dy/dx .

Exemplo 4

- Mostre que o ponto $(2,4)$ está na curva $x^3 + y^3 - 9xy = 0$. Em seguida determine a tangente e a normal à curva nesse ponto